

Universidad Nacional Experimental Politécnica "Antonio José de Sucre", Dirección de Investigación y Postgrado.
Urb. Villa Asia – Final Calle China – Pto. Ordaz – Edo. Bolívar – República Bolivariana de Venezuela.
Telefax: (0286) 9611382 – 9625245 – E-mail: luifed@telcel.net.ve

RUCT-072-10

Ciudad Guayana, 27 de julio 2010

Ciudadanos (as)

Spadavecchia Ulderico, Aller José
Departamento de Conversión y Transporte de Energía,
Universidad Simón Bolívar, Caracas. Venezuela
Presente.-

Estimados Colaboradores (as):

Por medio de la presente comunicación cumplimos en informarles que el artículo de su autoría **"ANÁLISIS DE LA DENSIDAD DE CORRIENTE EN UNA CANAL MHD Y SU INTERACCIÓN CON CAMPOS MAGNÉTICOS"** ha sido aceptado para publicarse en el ejemplar N° 55 de la revista Universidad, Ciencia y Tecnología (UCT), editado en el mes de junio 2010.

Reciban nuestro agradecimiento por su colaboración y nuestros cordiales saludos.

Atentamente



Dr. Luis Rosales
Jefe de la Unidad Regional de Investigación

/zorelys
c.c. cronológico

ANÁLISIS DE LA DENSIDAD DE CORRIENTE EN UN CANAL MHD Y SU INTERACCIÓN CON CAMPOS MAGNÉTICOS

Spadavecchia, Ulderico

Aller, José Manuel

Resumen: En este trabajo se realiza un estudio de la densidad de corriente dentro de un canal Magneto-Hidro-Dinámico (MHD) y su interacción con campos magnéticos. En el estudio se incluye la modificación de parámetros geométricos en el canal, para analizar su efecto sobre la distorsión de corriente, cuando se aplica un campo magnético. Entre los parámetros geométricos se encuentran las dimensiones del canal y de los electrodos, así como el tipo de conexión. Se utiliza el método de diferencias finitas para resolver la ecuación de Laplace en un dominio de dos dimensiones sujeto a condiciones de borde de potencial de corriente y geometría del canal. Se realizan simulaciones variando el parámetro Hall y la geometría del canal, y se comparan los resultados obtenidos. Finalmente se modifica el tipo de conexión y se analiza su efecto sobre la interacción entre la densidad de corriente y el campo magnético.

Palabras clave: Magneto-hidro-dinámica, generación MHD, diferencias finitas, plasma.

CURRENT DENSITY ANALYSIS IN AN MHD CHANNEL AND ITS INTERACTION WITH MAGNETIC FIELDS

Summary: This work performs a current density analysis inside a MHD channel and its interaction with magnetic fields. In order to analyze the distortion of the current density, geometrical parameters has been modified. Channel and electrode dimensions, as well as electrode connection are used. The finite differences method is used to solve Laplace's equation considering boundary conditions for the stream function, in a two-dimensional space. Simulations modifying the Hall parameter and the channel geometry are done and the results are compared. Finally, the electrode connection is modified and its effect over the current density is analyzed.

Keywords: Magneto-hydro-dynamic. MHD power generation, finite differences, plasma.

I. INTRODUCCIÓN

El estudio y la aplicación de la magnetohidrodinámica, es un campo de la física existente desde la época de Faraday. El reciente interés en esta área surge como parte de la solución a la crisis energética y el calentamiento global debido al acelerado crecimiento de la población y al consecuente aumento en el uso de las fuentes no renovables de energía. En la actualidad, la energía hidroeléctrica, termoeléctrica, nuclear y eólica, suplen la demanda eléctrica a nivel mundial, siendo la hidroeléctrica y la termoeléctrica las más comunes, por razones tecnológicas [1].

Las energías hidroeléctrica y eólica, representan la forma más elemental y aprovechable desde el punto de vista del impacto ambiental y costo. La energía termoeléctrica es hoy por hoy la opción número uno, seguida en algunos casos por la energía nuclear. Sin embargo, en el futuro es posible que la magnetohidrodinámica represente una nueva alternativa para la producción de energía eléctrica, debido al elevado potencial que posee para la conversión. La MHD tiene numerosas aplicaciones en distintas áreas de la física y la ingeniería, especialmente relacionadas con la ingeniería eléctrica y mecánica, tales como la generación de potencia, bombas MHD y la propulsión aeroespacial [2].

El objetivo de esta investigación se centra en el estudio simplificado de la densidad de corriente dentro de un canal magneto-hidrodinámico (MHD) y los efectos sobre ella debidos tanto a la intensidad del campo magnético aplicado, como a las características geométricas del canal. El estudio de la densidad de

corriente a través del canal MHD puede ser útil desde el punto de vista del análisis del comportamiento de las líneas de corriente, y su interacción con campos magnéticos perpendiculares, cuando un fluido conductor atraviesa el canal.

En este trabajo se desarrollan los fundamentos básicos del problema y se aplican para el análisis de las interacciones entre los campos y las intensidades de corriente en función de las geometrías y las configuraciones de los electrodos.

II. MARCO TEÓRICO

1. Metodología

Para analizar el comportamiento de la densidad de corriente en el canal se realiza una aproximación aplicando la función de corriente. Esta función satisface la ecuación de continuidad y es válida tanto en la dinámica de fluidos como en la teoría electromagnética. Para modelar el campo magnético y las densidades de corriente en el canal magneto-hidrodinámico se utilizan el análisis de diferencias finitas. El efecto Hall se introduce como condición de borde aplicada sobre las ecuaciones de densidad de corriente en el canal.

Estas aproximaciones se aplican a un canal de tipo lineal con conexión Faraday para los electrodos, que corresponde a la componente de la corriente perpendicular a la dirección del fluido conductor. Para reducir las distorsiones de las densidades de corriente en el canal, causadas por el efecto Hall, se analizan conexiones diagonales de los electrodos utilizando el modelo desarrollado.

2. Densidad de Corriente

La ecuación de continuidad es válida tanto para dinámica de fluidos como en teoría electromagnética y representa una de las más importantes leyes de la Física.

Función Potencial

Para fluidos incompresibles e irrotacionales, la función potencial es [3]:

$$\vec{U} = -\nabla\Phi \quad (1)$$

Donde \vec{U} representa un campo vectorial de velocidades del fluido, y Φ a la función potencial. El gradiente de esta función representa a su vez las líneas equipotenciales.

Si se tiene en cuenta que la densidad del campo es constante, de la ecuación de continuidad podemos deducir que $\nabla \cdot \vec{U} = 0$, ya que el término que representa la variación temporal de la densidad es cero. Esto significa que el sistema no tiene ni pérdidas ni ganancias. Al sustituir esta condición en la ecuación (1), se obtiene la ecuación de Laplace [4]:

$$\nabla \cdot \vec{U} = \nabla \cdot (-\nabla\Phi) = \nabla^2\Phi = 0 \quad (2)$$

Donde se pueden obtener [15,17]:

$$U_x = \frac{\partial\Phi}{\partial x} ; U_y = \frac{\partial\Phi}{\partial y} \quad (3)$$

que representan las componentes de velocidad en coordenadas cartesianas.

Función de Corriente

La función de corriente, definida para fluidos en dos dimensiones, puede ser empleada para representar la trayectoria de una partícula en el interior de un fluido. Lo que significa, que las líneas de corriente son tangentes a la velocidad del fluido [3]. La definición de la función de corriente es tal, que las líneas de corriente a través del fluido son perpendiculares a las líneas equipotenciales. De esta última afirmación, y utilizando coordenadas cartesianas, se definen las siguientes componentes de:

$$U_x = \frac{\partial\Psi}{\partial y} ; U_y = -\frac{\partial\Psi}{\partial x} \quad (4)$$

Suponiendo un fluido irrotacional, se obtiene que la función de corriente también satisface la Ecuación de Laplace [4]:

$$\nabla \times U = \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \right) \hat{z} = \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} \right) \hat{z} = 0 \quad (5)$$

Como U_x y U_y representan las componentes cartesianas de \vec{U} , es válido hacer la analogía con el modelo eléctrico, donde las coordenadas representan densidades de corriente en las direcciones x y y .

Considerando constantes los parámetros del gas que circula por el canal (presión, temperatura y velocidad), la densidad del gas, el equilibrio térmico (temperatura de electrones es la misma que iones positivos y átomos neutros), el campo magnético y la sección transversal del canal, además de

despreciar los términos inerciales y de difusión, se obtiene la ecuación de Ohm [5]:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}' - \frac{\omega\tau}{B} (\vec{J} \times \vec{B}) \quad (6)$$

Donde \vec{E}' representa el campo eléctrico total, es decir, el no electrostático proveniente de la fuerza de Lorentz $\vec{E} = \vec{u} \times \vec{B}$, más el electrostático producido por la separación de cargas entre los electrodos.

Reorganizando y separando en componentes cartesianas la ecuación (6), se obtiene:

$$\begin{cases} J_x = \sigma E_x - \beta J_y \\ J_y = \sigma E_y - \beta J_x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J_x = \frac{\sigma}{1+\beta^2} (E_x - \beta E_y) \\ J_y = \frac{\sigma}{1+\beta^2} (E_y - \beta E_x) \end{cases} \quad (7)$$

donde β se define como el parámetro Hall.

Incluyendo la ecuación de Faraday y la ley de conservación de la carga [6]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0, \quad (9)$$

se obtiene la ecuación de Laplace (5), que puede ser resuelta mediante diferencias finitas para obtener una aproximación de la densidad de corriente.

3. Método de Diferencias Finitas

Una vez establecidas las condiciones de contorno, se utiliza el método de diferencias finitas [3,7] para resolver numéricamente la ecuación de Laplace y finalmente determinar la densidad de corriente (J_x, J_y) derivando numéricamente la función potencial Ψ .

Las diferencias finitas son un método numérico por medio del cual es posible aproximar ecuaciones en derivadas parciales utilizando series de Taylor. Para ello es necesario discretizar un dominio mediante una malla. Cada nodo representa una coordenada cartesiana y a su vez es representado por una letra que indica su posición, sea (i, j) . En la figura 1, se ilustra la disposición de nodos en dos dimensiones.

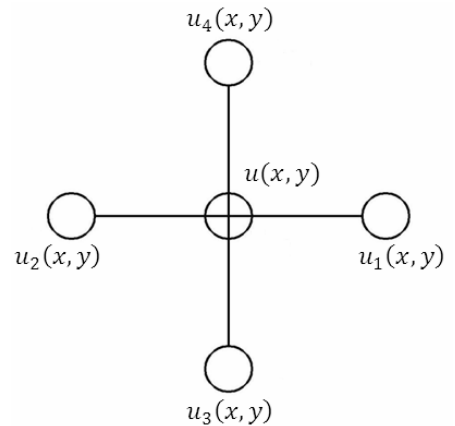


Figura 1: Distribución de nodos en la malla

Dentro del dominio del problema, existen valores determinados, los cuales no necesitan ser representados por una ecuación. Estos se establecen como condiciones de borde, los cuales en este caso por ser fijos, son las denominadas condiciones de Dirichlet [8]. En el caso de aquellas condiciones que estén representadas por derivadas, es necesario aplicar una ecuación que a su vez contribuye a la resolución del resto de las variables. Estas condiciones son las llamadas condiciones de Neumann [8].

En este trabajo se hicieron aproximaciones de primer orden, es decir, la aproximación de la segunda derivada sólo dependerá de términos de primer orden. Esto se justifica debido a que su variación depende solamente de tres variables geométricas (altura del canal, largo y paso del electrodo) y del parámetro Hall, que es el punto clave del estudio. La precisión dependerá del número de tramas que posea la malla y del número de iteraciones. Las aproximaciones utilizadas en coordenadas cartesianas son [3]:

$$u_1(x, y) = u(x+h, y) = u(x, y) + h \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dots \quad (10)$$

$$u_2(x, y) = u(x-h, y) = u(x, y) - h \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \dots \quad (11)$$

$$u_3(x, y) = u(x, y+h) = u(x, y) + h \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dots \quad (12)$$

$$u_4(x, y) = u(x, y-h) = u(x, y) - h \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \dots \quad (13)$$

Despreciando los términos de orden superior y sumando las ecuaciones (10) a (13), se puede obtener la expresión de las diferencias finitas:

$$0 = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{-4u(x, y) + \sum_{i=1}^4 u_i(x, y)}{h^2} \quad (14)$$

Sustituyendo (14) en la expresión del Laplaciano (5), se obtiene:

$$u(x, y) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 u_i(x, y) \quad (15)$$

La expresión (15) rige el comportamiento de cada uno de los valores que posee el potencial en los nodos de la malla.

4. Dominio y condiciones de borde

El canal MHD en estudio posee una sección transversal constante, cuyos valores en x y y son iguales. En la figura 2 se muestra el canal MHD y sus especificaciones. En este diagrama, las paredes aisladoras se presentan en un color oscuro, y los electrodos ubicados en el centro del canal en color claro. Tanto la ubicación de los electrodos, como las dimensiones del canal y el valor del potencial distribuido a lo largo del canal, fueron establecidos arbitrariamente para obtener un caso simple. El número de divisiones seleccionado es simétrico, obteniéndose el mismo tamaño para los aisladores ubicados en las paredes justo antes y después de los electrodos. En la tabla I, se muestran las condiciones de borde utilizadas [9]. La función establecida de densidad de corriente en el borde

de los electrodos se seleccionó lineal para facilitar los cálculos. El valor del potencial hasta el borde del electrodo es nulo y justo en ese borde se va distribuyendo linealmente hasta llegar a uno, que es cuando comienza la otra pared aisladora.

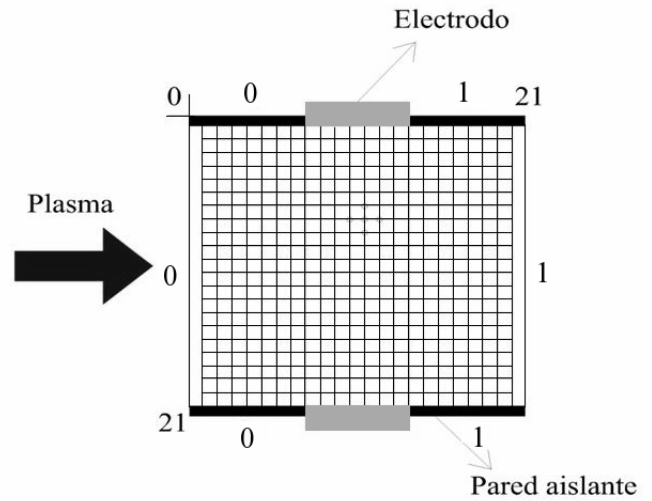


Figura 2 Geometría del dominio de prueba en un plano bidimensional

Tabla I Condiciones de borde en el dominio bidimensional

| Dominio del Rectángulo $0 < x < 22$; $0 < y < 22$ | | |
|--|---------------|--------------------|
| $\Psi = 0$ | $0 < x < 7$ | $y = 0$; $y = 21$ |
| $\Psi = 0$ | $x = 0$ | $0 < y < 21$ |
| $\Psi = 1$ | $16 < x < 21$ | $y = 0$; $y = 21$ |
| $\Psi = 1$ | $x = 21$ | $0 < y < 21$ |
| $\Psi = \frac{1}{9}(x-7)$ | $8 < x < 15$ | $y = 0$; $y = 21$ |

El resto de las condiciones representan las paredes aisladoras a lo largo del canal, así como los extremos de entrada y salida por donde circula el fluido. Para las paredes aisladoras, justo antes y después del electrodo, se define la condición $\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0$.

Esto quiere decir que no hay flujo de corriente en la dirección y y fuera del área comprendida entre los electrodos. Esto concuerda con la definición, ya que la componente y de la densidad depende del gradiente en x y en este caso $J_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0$. De la misma forma debe considerarse una condición en la dirección del fluido para evitar el flujo de corriente en la misma dirección. Es decir, $\frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0$ ó

$$J_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad [9].$$

Estas condiciones de frontera fueron representadas con un valor constante de Ψ . Antes del electrodo con un valor de 0, y después del electrodo con un valor de 1. A lo largo del canal, la función Ψ va incrementándose desde 0 a 1.

En el estudio se consideraron cuatro variables capaces de modificar la distribución de la densidad dentro del canal: tres geométricas y el campo magnético. La variable relacionada con

el campo magnético es el parámetro Hall β . Las variables geométricas se describen en la figura 3.

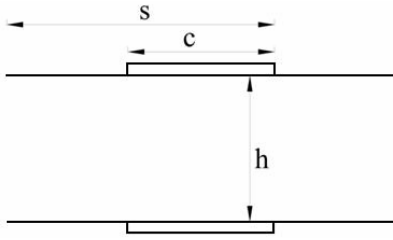


Figura 3 Parámetros geométricos del canal MHD

La densidad de corriente depende de la altura del canal y la longitud del electrodo. A partir de estas, se pueden obtener las relaciones, $\frac{c}{s}$ y $\frac{h}{s}$ utilizadas en este trabajo [5]. La primera relación determina la variación con respecto a la longitud del electrodo y la segunda establece la variación de la densidad con respecto a la altura del canal y la distribución del electrodo a lo largo del mismo. Aun cuando en el modelo se utiliza un solo par de electrodos, si este es del mismo tamaño del canal o una fracción, es posible segmentarlo para disminuir el efecto de la corriente Hall.

La tercera variable geométrica consiste en utilizar una conexión diagonal del electrodo, lo cual permite compensar el efecto de la corriente Hall. Es importante destacar que el desplazamiento del electrodo dependerá del sentido de la corriente y el campo magnético; de lo contrario se puede incrementar la distorsión de las líneas de densidad de corriente.

5. Parámetro Hall

Para representar en un gráfico las líneas de corriente a través del canal, incluyendo el efecto Hall, se emplea el método de diferencias finitas. El efecto Hall es una consecuencia de la interacción de los campos magnéticos con corrientes eléctricas. Debido a la complejidad de esta interacción, en este análisis se introduce el efecto del campo magnético mediante el parámetro Hall. Este parámetro incluye el efecto de la frecuencia ciclotrónica y el tiempo medio entre colisiones. Para los alcances de este trabajo es suficiente con considerar su efecto global.

Para poder representar el efecto Hall, se debe considerar la relación entre las componentes de corriente, J_x y J_y . Si se analiza la ecuación (7), se observa que ambas expresiones dependen del parámetro Hall β . Como los electrodos conectan eléctricamente la parte superior e inferior del canal, ningún campo eléctrico debe aparecer en la dirección axial. En este caso, se puede despreciar la componente x del campo eléctrico E_x en ambas expresiones y de esta manera obtener la siguiente relación [5]:

$$\left| \frac{J_x}{J_y} \right| = \left| -\frac{\beta E_y}{E_y} \right| = \beta \quad (16)$$

Esta condición debe ser considerada cerca de los electrodos, ya que permite introducir el parámetro Hall en los cálculos. La inclusión de J_x y J_y en las condiciones de borde, es debida a que la densidad de corriente y la función de corriente están relacionadas de la siguiente forma:

$$J_y = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \approx \frac{\Delta \Psi}{\Delta x} = \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{x_2 - x_1} \quad (17)$$

Desarrollando las componentes de densidades en ecuaciones de diferencias finitas, es posible introducir el efecto del parámetro Hall β en el estudio.

III. RESULTADOS Y ANALISIS

En el modelo desarrollado, se utiliza una aproximación de la densidad de corriente mediante una función lineal arbitraria en la superficie de los electrodos como condición inicial. Posteriormente se analiza la precisión de esta aproximación y se realizan los cambios pertinentes. Luego, se compara el comportamiento de la densidad de corriente, en presencia de dos valores distintos del parámetro Hall $\beta = \{1, 3\}$. A su vez, se modifican los tres parámetros geométricos mencionados en cada caso.

1. Función lineal en los electrodos

En este caso se definió una función lineal arbitraria en los electrodos. El valor del potencial dentro del área se incrementó linealmente desde 0 hasta 1. Teniendo en cuenta las condiciones iniciales definidas, en la figura 2, se obtienen los resultados que se muestran en la figura 4.

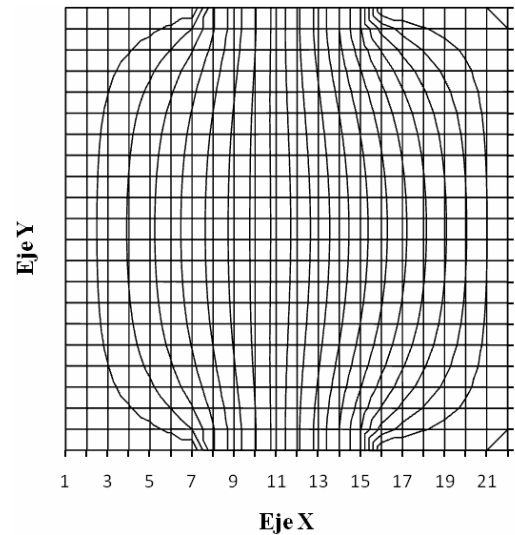


Figura 4 Densidad de corriente utilizando la distribución lineal

La distribución a lo largo del canal es simétrica. Este comportamiento difiere del que se podría obtener experimentalmente debido a que es un estudio idealizado. Esta primera aproximación indica la distribución de la densidad de corriente deseada, una distribución lineal o uniforme donde la componente y de la densidad de corriente es prácticamente el 100% de la corriente total. Esta distribución es prácticamente una línea recta en el centro. A medida que se aproxima a los bordes de los electrodos, la distribución depende de la disposición geométrica del canal (efectos de borde).

En un generador MHD es necesario la interacción del fluido conductor en movimiento con el campo magnético. En ausencia del campo magnético, no es posible la separación de cargas debido a que la fuerza de Lorentz es nula. La dificultad para representar el efecto del campo magnético en esta primera aproximación, radica en que la función definida en los

electrodos está fijando por completo el comportamiento de la densidad, a los valores en los cuales se distribuye el potencial a lo largo de los electrodos. Al estar fijo ese potencial, el dominio de solución de la ecuación de Laplace no tiene flexibilidad y está condicionada a la función lineal previamente definida. Como consecuencia, los resultados dependen de esta condición específica y por consiguiente no es posible introducir el efecto del parámetro Hall en este análisis.

2. Aproximación con ecuación en diferencias en los electrodos

Es necesario determinar las condiciones de borde en los electrodos para introducir la influencia del campo magnético. La ecuación que rige el comportamiento de los electrodos debe ser una ecuación en diferencias finitas para que el potencial dentro del canal dependa de sus dimensiones y del potencial establecido en las condiciones de borde.

Para que la ecuación que rijan el comportamiento del potencial en el electrodo tenga sentido, se debe recordar que las componentes J_x y J_y están relacionadas a través del parámetro Hall β tal como se demostró en (16). Por lo tanto, si β es cero, no hay efecto hall y la componente J_x de la densidad de corriente es nula.

En la figura 5, se observa la disposición de los nodos en el electrodo y sus adyacencias.

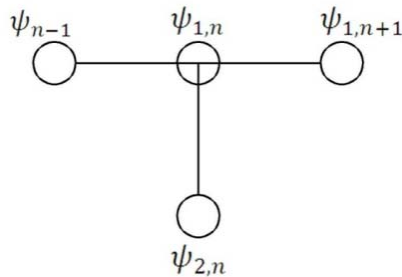


Figura 5 Disposición de los nodos en la superficie del electrodo

Los puntos de la malla justo en el borde de los electrodos, puede ser representada por medio de la expresión $J_x = \beta J_y$. El potencial hacia atrás y hacia delante se obtiene mediante la expresión:

$$\Psi_{1,n} - \Psi_{2,n} = \beta(\Psi_{1,n-1} - \Psi_{1,n}) \quad (18)$$

Y la diferencia hacia delante y delante es:

$$\Psi_{1,n} - \Psi_{2,n} = \beta(\Psi_{1,n+1} - \Psi_{1,n}) \quad (19)$$

donde $\Psi_{1,n}$ es la incógnita que determina la condición de borde del potencial del electrodo. Se observa que en la condición de $\beta = 0$, la solución de la distribución en el canal es la trivial.

A partir de este resultado, es posible introducir los efectos producidos por la variación de los parámetros geométricos y β .

En las siguientes simulaciones, se utilizaron dos parámetros β diferentes ($\beta = 1$ y $\beta = 3$). Dentro de cada caso, se hicieron las siguientes variaciones:

- Caso a: Se dejaron invariantes las dimensiones tanto del canal como de los electrodos.
- Caso b: Se modificó la dimensión del electrodo, dejando igual la altura del canal.
- Caso c: Se modificó la altura del canal, dejando igual la dimensión del electrodo.
- Caso d: Se modificaron ambos parámetros geométricos.

Si se mantienen las condiciones geométricas originales, el canal tiene 22 subdivisiones tanto en el eje x como en el eje y . Los electrodos ocupan ocho de esas subdivisiones y están ubicados justo en la mitad. Con esto se puede asignar valores a los parámetros h , c y s [5], tal como se muestra en la Tabla II.

Tabla II Parámetros geométricos del canal

| Caso | h | c | s | c/s | s/h |
|------|-----|-----|-----|--------|--------|
| a | 22 | 8 | 15 | 0.5333 | 0.6818 |
| b | 22 | 4 | 13 | 0.3076 | 0.5909 |
| c | 11 | 8 | 15 | 0.5333 | 1.3636 |
| d | 11 | 4 | 13 | 0.3076 | 1.1818 |

- Parámetro Hall $\beta = 1$

caso a: Es el caso original, donde se mantienen constantes las dimensiones. En la figura 6 muestran los resultados obtenidos.

caso b: El ancho de los electrodos se disminuye a la mitad, manteniéndose constante la altura del canal. En la figura 7 se muestran los resultados obtenidos.

caso c: En este caso, la longitud original de los electrodos se mantiene pero la altura del canal se reduce. La figura 8 muestra los resultados obtenidos.

caso d: En el caso mostrado en la figura 9, se presenta la modificación de los electrodos y la altura del canal. Se observa en todas estas figuras la distorsión en las líneas de densidad debido al efecto del campo magnético aplicado. A su vez, con la variación de la geometría, el efecto de la distorsión se puede agravar o incluso disminuir, dependiendo del caso.

Con respecto a la longitud del electrodo, se destaca que el canal no está simulado como una configuración electrodo continuo (longitud del electrodo igual a longitud del canal). En los casos a y b se demuestra la ventaja que posee un electrodo segmentado sobre uno continuo. En el caso a, el electrodo posee la mayor longitud de todos los electrodos considerados. Mientras mayor sea la longitud del electrodo a lo largo del canal, el área de interacción entre el campo magnético y la corriente es mayor.

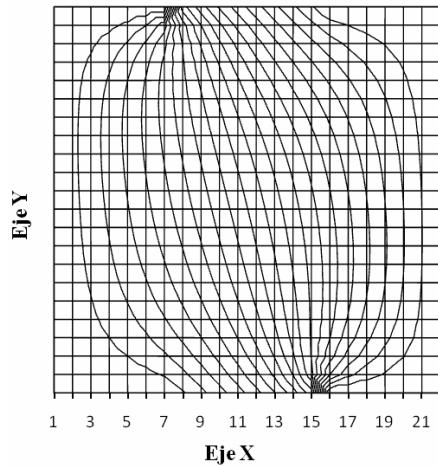


Figura 6 Distribución de corriente, $\beta = 1$, caso a

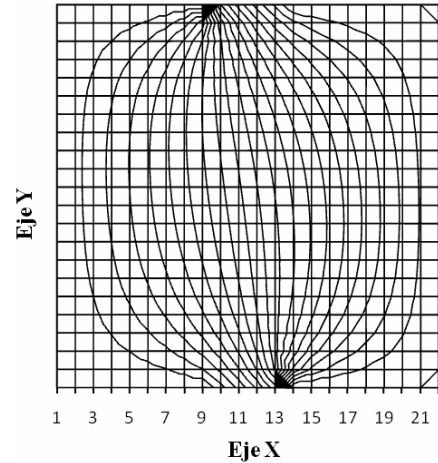


Figura 7 Distribución de corriente, $\beta = 1$, caso b

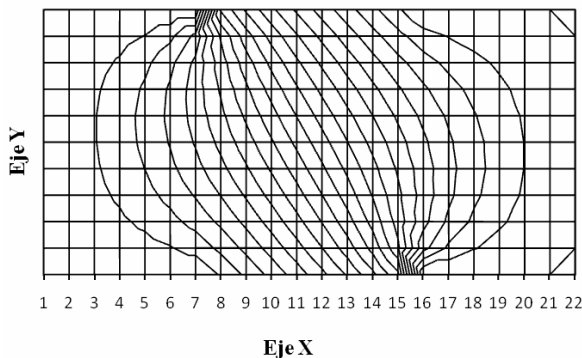


Figura 8 Distribución de corriente, $\beta = 1$, caso c

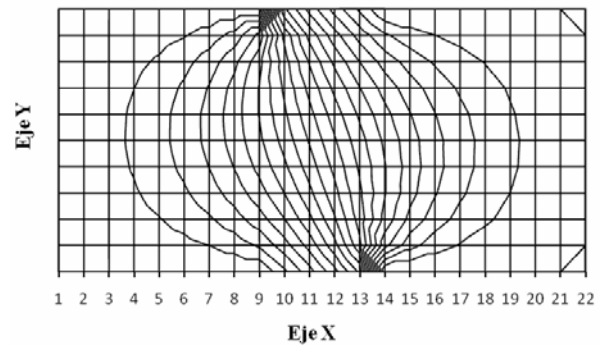


Figura 9 Distribución de corriente, $\beta = 1$, caso d

El incremento de la longitud trae por consecuencia un aumento del camino para que la componente J_x de la densidad de corriente circule.

Como consecuencia inmediata de la segmentación y disminución de la longitud de los electrodos, es posible interrumpir la circulación de J_x , en cuyo caso ideal valdría 0. Esto es un resultado de relevancia puesto que la aparición del efecto Hall produce una disminución de J_y , reduciendo a su vez la potencia de salida del canal, la cual se obtiene como $P = -J_y E_y$ [5] A medida que el parámetro Hall se incrementa, la distorsión de las líneas será mayor, traduciéndose en un incremento de J_x .

En el caso c, los electrodos se mantienen iguales a los del caso a, pero la altura del canal disminuye. En esta situación, el grado de inclinación de las líneas es mayor, pero se puede observar que el área que abarcan las líneas en el caso c es menor al que abarcan las líneas en el caso a. Este detalle puede resultar de importancia en el caso de la configuración de electrodos segmentados, puesto que las líneas de corrientes entre pares de electrodos contiguos tienden a estar muy cerca entre sí, lo cual puede llegar a causar distorsiones en el campo e incluso afectar la trayectoria en el electrodo vecino.

Como punto favorable para el caso a se destaca que el valor de J_x hacia el centro del electrodo, es prácticamente cero.

En el caso d, se combina la disminución de electrodos y la altura del canal. Como punto positivo respecto al caso anterior,

el efecto de J_x dentro del área inter-electródica es menor y se puede ver directamente en las líneas de densidad representadas en la figura 9, donde se muestra que estas líneas están más concentradas que en los casos anteriores, lo que representa una situación conveniente para un sistema MHD.

- Parámetro Hall $\beta = 3$

En las figuras 10 a 13 se presenta el mismo análisis anterior pero utilizando un valor del parámetro Hall $\beta = 3$. Los resultados obtenidos coinciden con los valores esperados, la distorsión de las líneas de corriente es más notable con el aumento del parámetro Hall. La explicación de este aumento en la distorsión o inclinación de las líneas, se debe a que la fuerza ejercida sobre la densidad de corriente es directamente proporcional al campo.

La misma discusión que se presentó para el caso de $\beta = 1$, es también válida en este caso. La configuración de electrodo segmentado y la dimensión tanto del electrodo como la altura del canal, pueden compensar el efecto producido por β .

Un aspecto interesante que se refuerza con el aumento de β es el de la acumulación de la carga en el borde de los electrodos. La fuerza magnética producto de la interacción, ocasiona la distorsión de las líneas de corriente y del potencial en la superficie de los electrodos.

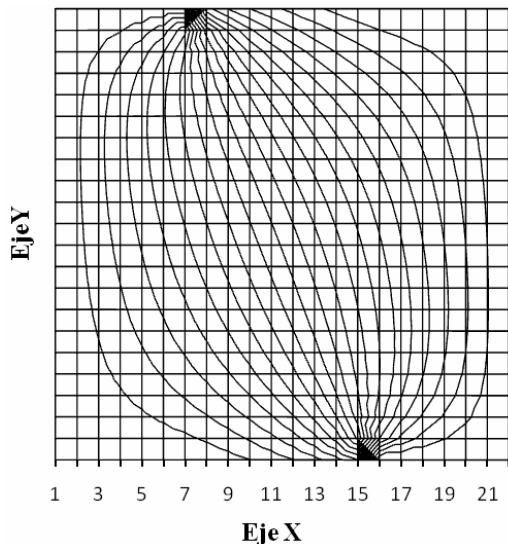


Figura 10 Distribución de corriente, $\beta = 3$, caso a

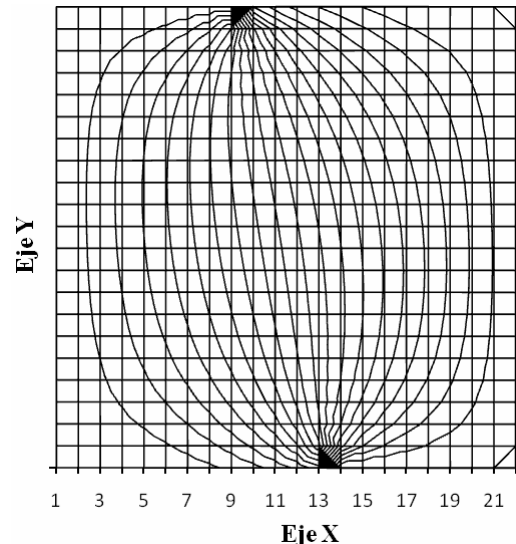


Figura 11 Distribución de corriente, $\beta = 3$, caso b

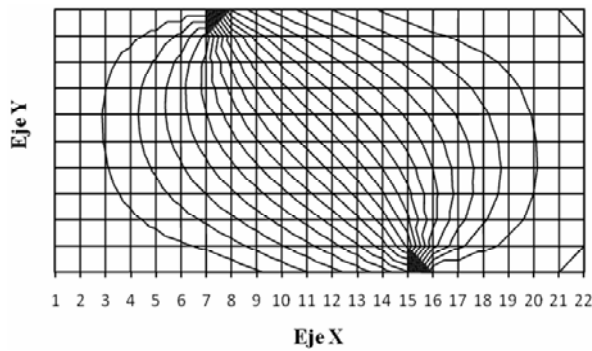


Figura 12 Distribución de corriente, $\beta = 3$, caso c

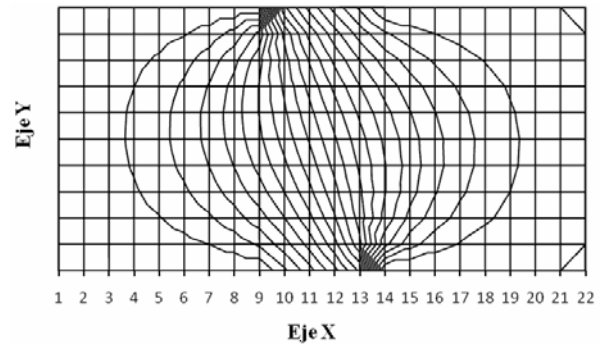


Figura 13 Distribución de corriente, $\beta = 3$, caso d

La distorsión de las líneas de corriente corresponde a un desplazamiento del potencial, que se traduce en la acumulación de carga en los bordes superior izquierdo e inferior derecho de los electrodos. Este efecto resulta relevante en el caso real porque produce calentamiento de esa zona, lo cual puede ocasionar un aumento en la conductividad del gas [5]. En este trabajo no se considera este fenómeno debido a que se ha supuesto que la conductividad del gas es constante. Sin embargo, debe considerarse en el caso real debido a que puede ocasionar cambios en el rendimiento del canal y en los parámetros del gas.

El empleo de dos parámetros Hall distintos, permite analizar el efecto de la intensidad del campo magnético en la corriente. Por otro lado, la modificación geométrica del canal y los electrodos indican cuál es la mejor opción en el diseño de generadores o aceleradores MHD. Sin embargo, estos parámetros sólo determinan cuál es la mejor distribución del canal y no la solución al problema del efecto Hall. La configuración de electrodos segmentados contribuye a la disminución del efecto Hall, puesto que recorta el camino disponible para J_x . Sin embargo, queda evidente que para valores muy grandes de β , la configuración de electrodos segmentados resulta no ser suficiente. Para poder contrarrestar el efecto producido por el aumento del parámetro Hall, es necesario contar con otras configuraciones. En este trabajo se consideró la configuración diagonal. Para efectos de simplificación, se utilizó el valor de $\beta = 3$.

- Conexión diagonal $\beta = 3$

La conexión diagonal, consiste en el desplazamiento de los electrodos. Es posible compensar el efecto de J_x con la componente x de la corriente en dirección opuesta a la producida por el efecto Hall. Es necesario conocer tanto el sentido de la corriente, como el del campo magnético para compensar adecuadamente el efecto Hall mediante la inclinación de los electrodos.

En un primer ensayo, se desplazaron los electrodos superior e inferior, a la izquierda y a la derecha, respectivamente. En esta situación se refuerza la componente J_x . En la figura 14 se muestra el resultado obtenido para el caso particular d.

La figura 14 se diferencia geoméricamente de la figura 13, en la disposición diagonal en la que se encuentran los electrodos. Aun cuando las dimensiones del canal y la de los electrodos permanecen iguales, la conexión diagonal está diseñada de tal manera que la distorsión de la corriente sea aún más pronunciada que en el caso de la conexión simple. El efecto negativo de esta conexión se debe a que la dirección de la corriente es contraria a la que se necesita para que su efecto ayude a compensar la distorsión obtenida en este estudio.

Para corregir este efecto, se desplazan los electrodos en sentidos contrarios a los que se habían desplazado inicialmente. En este caso se desplazan los electrodos superior e inferior a la

derecha e izquierda respectivamente. En las figura 15 a 18 se presentan los resultados obtenidos en estas simulaciones para los cuatro casos considerados.

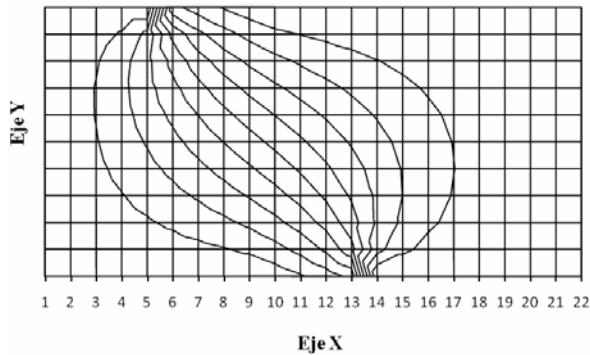


Figura 14 Conexión diagonal mal compensado

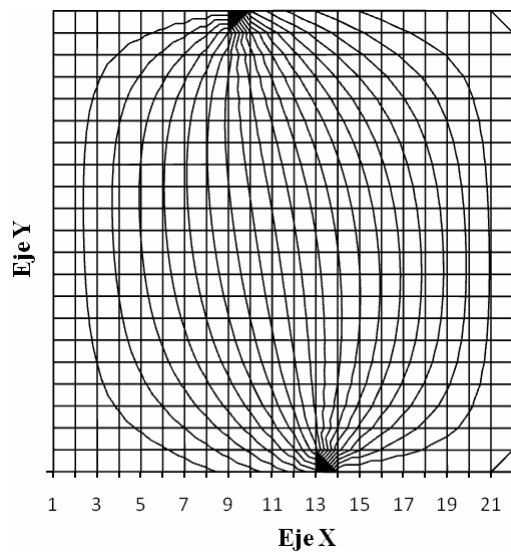


Figura 1 Conexión diagonal, $\beta = 3$, caso a

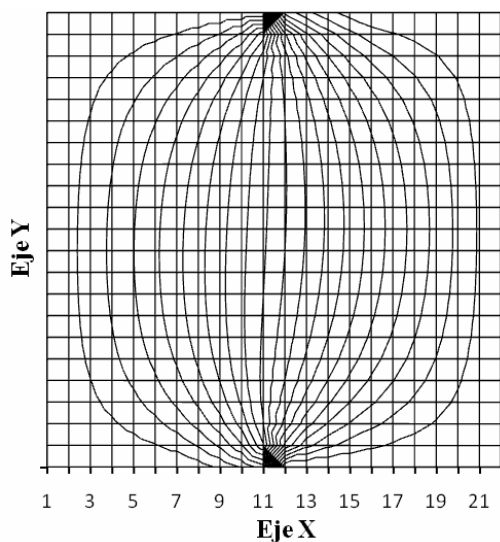


Figura 16 Conexión diagonal, $\beta = 3$, caso b

Si se comparan las figuras 10 a la 13, con las figuras 15 a la 18, se puede apreciar una gran diferencia en las líneas de corriente a lo largo del canal. De esta manera se compensa el efecto de

J_x , y se reduce la distorsión del campo eléctrico. También se disminuye el efecto de fuga de la densidad de corriente hacia el par de electrodos contiguos.

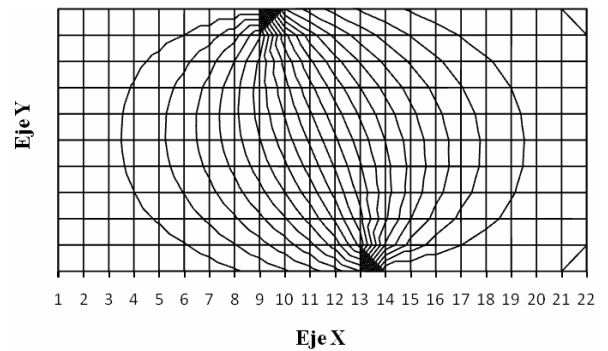


Figura 17 Conexión diagonal, $\beta = 3$, caso c

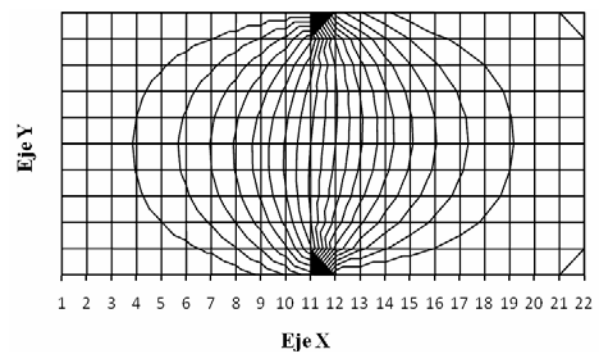


Figura 18 Conexión diagonal, $\beta = 3$, caso d

Como aspecto negativo, pero esperado debido a los resultados obtenidos, se observa el efecto de acumulación de cargas en el borde de los electrodos. Aun cuando se mejora la distribución de las líneas de corriente, ese efecto ocasiona la concentración de cargas en la superficie del electrodo. Podría inferirse que el efecto de acumulación de carga puede tener menor influencia en las características del canal, que la corriente por efecto Hall. El efecto de la corriente Hall produce cambios en las propiedades eléctricas e incluso dinámicas del fluido. Los cambios de presión pueden surgir debido al campo eléctrico E_x , el cual dificulta el movimiento libre de las partículas.

La no uniformidad de la corriente ocasionada por el aumento del parámetro Hall fueron evidenciados por Rosa [5] y por Oliver [10], en estudios separados de conducción eléctrica no uniforme en canales MHD. Entre las conclusiones que presentan estos autores se distingue que la falta de uniformidad de la corriente puede deberse a varias causas, entre las cuales se destacan la existencia de una mezcla no homogénea de los gases y un efecto Hall considerable. Como en este trabajo se considera conductividad constante, el problema de la mezcla de gases no puede ser considerado. En el estudio realizado se evidencia la presencia de no-uniformidades en la conductividad eléctrica si existe variación en las propiedades del fluido cerca los bordes de la superficie de los electrodos, que han sido calentados o enfriados, o debido al calentamiento Joule presente en los electrodos producto de la distribución no uniforme de carga. Esto trae como consecuencia, un aumento de la resistencia interna del generador. Es necesario recurrir a evidencias experimentales para sustentar estos resultados.

IV. CONCLUSIONES

El trabajo realizado es una introducción al área de la MHD y al diseño de canales MHD. Se realizó una aproximación de la densidad de corriente dentro de un canal MHD, resolviendo la ecuación de Laplace por medio del método de diferencias finitas modificando sus parámetros geométricos para observar la redistribución de los campos y de las densidades de corriente.

Aun cuando el modelo desarrollado desprecia aspectos básicos de la termodinámica, la mecánica de fluidos y la física del plasma, permite representar con precisión los fundamentos del funcionamiento de un canal MHD, desde el punto de vista electromagnético.

En el modelo desarrollado, la consideración del efecto Hall como una condición borde se justifica debido a que es un efecto global y no puntual sobre la densidad de corriente. Por más pequeña que sea el área donde actúa el campo magnético, el efecto de la distorsión se verá reflejado a lo largo de la distribución de corriente y no exclusivamente en el punto donde se aplicó ese campo magnético.

Para establecer las condiciones de contorno del espacio bidimensional donde se desea resolver la ecuación de Laplace, se requiere la introducción de condiciones forzantes en los electrodos mediante ecuaciones en diferencias finitas.

Los parámetros geométricos considerados permiten determinar el mejor diseño del canal para disminuir las distorsiones efecto Hall, reduciendo la posibilidad de corrientes de fuga entre electrodos en el caso de una conexión segmentada.

La conexión diagonal permite compensar distorsiones de la densidad de corriente debidas a la presencia del campo magnético.

Para evitar incongruencias y resultados erróneos en los problemas relacionados con la solución de las ecuaciones de MHD, es importante validar las hipótesis simplificadoras utilizadas en el modelo, así como el establecimiento de condiciones de borde adecuadas.

La uniformidad de las líneas de densidad de corriente se distorsiona por el aumento del parámetro Hall ya que introduce

una componente de la corriente en la dirección del fluido. Parámetros geométricos tales como el tamaño de los electrodos, la altura del canal y las conexiones, permiten compensar el efecto Hall y obtener una distribución más uniforme. Sin embargo, al recuperar la linealidad en la distribución de corriente por medio de las modificaciones en el tipo de conexión, los valores de potencial de corriente en los bordes de los electrodos se verán afectados por la acumulación de carga como consecuencia de esta compensación.

IV. REFERENCIAS

1. Ramírez V. J. Máquinas motrices generadores de energía eléctrica. Ediciones CEAC, S.A; 1978.
2. V. Milántiev, S. Temkó. Física del plasma. Editorial MIR MOSCU; 1987.
3. Ferziger. H.J. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer; 2002.
4. Gil S. Rodríguez E. Campos y Potenciales Electroestáticos-Ecuación de Laplace. Prentice Hall; 2001.
5. Rosa R.J. Magnetohydrodynamic energy conversion. McGraw Hill; 1963.
6. Anwari M., Takahashi S., Harada Nob. Performance Study of a Magnetohydrodynamic Accelerator using air-plasma as working gas. Elsevier, Energy Conversion and Management; 20 Julio 2004, pp. 1-3, 8-9.
7. Zozaya S. A. Método de las Diferencias Finitas y su Aplicación a Problemas de Electroestática. Universidad de Carabobo, en <http://www.ing.uc.edu.ve/~azozaya/temi.htm>.
8. Mitra A. Finite Difference Method for the Solution of Laplace Equation. Iowa State University, en www.public.iastate.edu/~akmitra/aero361/design_web/Laplace.pdf
9. Harada Nob. Fenómeno dentro del Canal MHD. Laboratorio de Dinámica de Plasma, Universidad Tecnológica de Nagaoka.
10. Oliver D.A., Mitchner M. Nonuniform Electrical Conduction in MHD Channels. AIAA Journal, VOL.5, NO.8, agosto 1967, pp. 1-2, 7-8

Autores

Ulderico Spadavecchia

Títulos: Ingeniero Electricista
Lugar de Trabajo: Universidad Simón Bolívar
Coordinación de Ingeniería Eléctrica
Decanato de Estudios Profesionales
Valle de Sartenejas – Baruta – Edo. Miranda
Caracas 1080
Tlf: 0212-9063735
Cel: 0412-9119190
Email: u_spadavecchia@yahoo.com

José Manuel Aller

Títulos: Dr. en Ingeniería Eléctrica, MSc. Ingeniería Eléctrica, Ingeniero Electricista.
Lugar de Trabajo: Universidad Simón Bolívar
Departamento de Conversión y Transporte de Energía.
División de Ciencias Físicas y Matemáticas
Valle de Sartenejas – Baruta – Edo. Miranda
Caracas 1080
Tlf: 0212-9063735
Cel: 0412-2626952
Email: jaller@usb.ve ; jose.aller@gmail.com